

2.1

Järjestetään arvosanat suuruusjärjestykseen.

7 8 8 8 8 8 9 9 9 9 10 10

Yleisin arvosana on 8 eli arvosanojen moodi $M_o = 8$.

Arvosanoja on yhteensä 12, joka on parillinen määrä. Kaksi keskimmäistä arvosanaa ovat 8 ja 9. Lasketaan näiden havaintoarvojen keskiarvo.

$$\bar{x} = \frac{8+9}{2} = 8,5$$

Arvosanojen mediaani on $M_d = 8$.

Lasketaan kaikkien arvosanojen keskiarvo.

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 7 + 5 \cdot 8 + 4 \cdot 9 + 2 \cdot 10}{12} = \frac{103}{12} \approx 8,58$$

Arvosanojen keskiarvo on 8,6.

Vastaus

moodi 8, mediaani 8,5; keskiarvo 8,58

2.2

a) Käytetään apuna tehtävän taulukkoa.

Siviilisäätö	<i>f</i>
naimaton	7
naimisissa	7
eronnut	3
leski	2
rekisteröidyssä parisuhteessa	1

Taulukon perusteella yleisin havaintoarvo on sekä naimaton että naimisissa. Siviilisäädyn moodi on siis naimaton ja naimisissa.

Koska siviilisäätöä ei voi asettaa arvo- eikä suuruusjärjestykseen, mediaania ei voida määrittää.

Siviilisäädyt eivät ole lukuja, joten keskiarvoa ei voi laskea.

b) Käytetään apuna tehtävän taulukkoa.

Sukupuoli	<i>f</i>
mies	9
nainen	10
muu	1

Taulukon perusteella yleisin havaintoarvo on nainen. Sukupuolen moodi on siis nainen.

Koska sukupuolta ei voi asettaa arvo- eikä suuruusjärjestykseen, mediaania ei voida määrittää.

Sukupuolet eivät ole lukuja, joten keskiarvoa ei voi laskea.

Vastaus

a) moodi ”naimaton” ja ”naimisissa”

b) moodi ”nainen”

2.3

Ratkaistaan tehtävä taulukkolaskentaohjelmalla. Avataan aineisto LibreOffice Calc -ohjelmistolla.

Havaintoarvot ovat laskentataulukon soluissa A2–A44.

Kirjoitetaan sarakkeeseen B määritettävät tunnusluvut. Kirjoitetaan sarakkeeseen C laskentakomennot **Ohjattu funktion luonti** -toiminnolla.

	A	B	C
1	Massa (g)	Lukumäärä	'=LASKE.A(A2:A44)
2	700	Mediaani	'=MEDIAANI(A2:A44)
3	591	Keskiarvo	'=KESKIARVO(A2:A44)
4	613	Suurin arvo	'=MAKS(A2:A44)
5	747	Pienin arvo	'=MIN(A2:A44)
6	752	Keskihajonta	'=KESKIHAJONTA.S(A2:A44)
7	755	Moodi	'=MOODI.USEA(A\$2:A\$44)
8	619		
9	649		
10	599		

Moodi kannattaa laskea **MOODI.USEA** -funktiolla. Koska moodeja voi olla useampi, kannattaa moodi laskea viimeisenä Jotta saat kaikki moodit näkyviin, paina funktion syöttämisen jälkeen näppäinyhdistelmää **cntr + shift + enter**.

Vaihteluvälin pituus saadaan vähentämällä suurimmasta arvosta pienin arvo.

Luetaan arvot taulukosta (havaintoarvot jatkuvat riville 44 asti).

	A	B	C
1	Massa (g)	Lukumäärä	43
2	700	Mediaani	650
3	591	Keskiarvo	656
4	613	Suurin arvo	759
5	747	Pienin arvo	542
6	752	Keskihajonta	64
7	755	Moodi	752
8	619		650
9	649		732

Havaintojen lukumäärä on 43.

Moodit ovat 752 g, 650 g ja 732 g.

Mediaani on 650 g ja keskiarvo on 656 g.

Vaihteluvälin pituus on $759\text{ g} - 542\text{ g} = 217\text{ g}$ ja keskihajonta 64 g.

Vastaus

havaintojen lukumäärä 43, moodit 752 g, 650 g ja 732 g, mediaani 650 g, keskiarvo 656 g, vaihteluvälin pituus 217 g, keskihajonta 64 g

2.4

- a) Ratkaistaan tehtävä taulukkolaskentaohjelmalla. Avataan aineisto LibreOffice Calc -ohjelmistolla.

Helsinkiin liittyvät havaintoarvot vuosilta 1900–1920 ovat laskentataulukon soluissa B3–B23.

Kirjoitetaan sarakkeeseen D määritettävät tunnusluvut. Kirjoitetaan sarakkeeseen E laskentakomennot **Ohjattu funktion luonti** -toiminnolla.

	A	B	C	D	E
1	Heinäkuun keskilämpötila (°C)			Vuodet 2000-2020	
2	Vuosi	Helsinki	Sodankylä	Keskiarvo	'=KESKIARVO(B3:B23)
3	1900	15,6		Keskihajonta	'=KESKIHAJONTA.S(B3:B23)
4	1901	20,0			

Luetaan arvot taulukosta (havaintoarvot jatkuvat riville 123 asti).

	A	B	C	D	E
1	Heinäkuun keskilämpötila (°C)			Vuodet 1900-1920	
2	Vuosi	Helsinki	Sodankylä	Keskiarvo	17,2
3	1900	15,6		Keskihajonta	1,85
4	1901	20,0			
5	1902	13,9			
6	1903	16,2			

Vuosina 1900–1920 keskiarvo oli 17,2 °C ja keskihajonta 1,85 °C.

- b) Helsinkiin liittyvät havaintoarvot vuosilta 2000–2020 ovat laskentataulukon soluissa B103–B123.

Kirjoitetaan sarakkeeseen D määritettävät tunnusluvut. Kirjoitetaan sarakkeeseen E laskentakomennot **Ohjattu funktion luonti** -toiminnolla.

	A	B	C	D	E
1	Heinäkuun keskilämpötila (°C)			Vuodet 2000-2020	
2	Vuosi	Helsinki	Sodankylä	Keskiarvo	'=KESKIARVO(B103:B123)
3	1900	15,6		Keskihajonta	'=KESKIHAJONTA.S(B103:B123)
4	1901	20,0			
5	1902	13,9			

Funktioita ei välttämättä tarvitse kirjoittaa uudestaan, vaan a-kohdan funktioiden sulkujen sisällä olevaa osaa voi muokata.

Luetaan arvot taulukosta (havaintoarvot jatkuvat riville 123 asti).

	A	B	C	D	E
1	Heinäkuun keskilämpötila (°C)			Vuodet 2000-2020	
2	Vuosi	Helsinki	Sodankylä	Keskiarvo	18,5
3	1900	15,6		Keskihajonta	1,71
4	1901	20,0			
5	1902	13,9			
6	1903	16,2			

Vuosina 2000–2020 keskiarvo oli 18,5 °C ja keskihajonta 1,71 °C.

Vastaus

- a) keskiarvo 17,2 °C, keskihajonta 1,85 °C
b) keskiarvo 18,5 °C, keskihajonta 1,71 °C

2.5

Lasketaan, kuinka paljon Suvin pituus $x = 130\text{cm}$ poikkeaa keskiarvosta $\bar{x} = 124\text{cm}$.

$$x - \bar{x} = 130\text{cm} - 124\text{cm} = 6\text{cm}$$

Lasketaan, kuinka moninkertainen poikkeama on keskihajontaan $s = 5\text{cm}$ verrattuna.

$$\frac{x - \bar{x}}{s} = \frac{130\text{cm} - 124\text{cm}}{5\text{cm}} = 1,2$$

Suvin pituus poikkeaa keskiarvosta 1,2 keskihajonnan verran ylöspäin.

Lasketaan, kuinka paljon Syksyn pituus $x = 150\text{cm}$ poikkeaa keskiarvosta $\bar{x} = 142\text{cm}$.

$$x - \bar{x} = 150\text{cm} - 142\text{cm} = 8\text{cm}$$

Lasketaan, kuinka moninkertainen poikkeama on keskihajontaan $s = 6\text{cm}$ verrattuna.

$$\frac{x - \bar{x}}{s} = \frac{150\text{cm} - 142\text{cm}}{6\text{cm}} \approx 1,3$$

Syksyn pituus poikkeaa keskiarvosta 1,2 keskihajonnan verran ylöspäin.

Syksy on ikäluokassaan suhteellisesti pidempi kuin Suvi.

Vastaus

Syksyn pituus poikkeaa keskiarvosta ylöspäin 1,3 keskihajontaa ja Suvin 1,2 keskihajontaa. Syksy on suhteellisesti pidempi.

2.6

7-vuotiaana Suvin pituus poikkeaa keskiarvosta

$$\frac{130\text{ cm} - 124\text{ cm}}{5\text{ cm}} = \frac{6}{5} \text{ keskihajonnan verran ylöspäin.}$$

Ennustetaan, että Suvin pituus poikkeaa keskiarvosta saman verran ylöspäin myös 3 vuoden kuluttua. Suvi on tällöin 10-vuotias.

Lisätään 10-vuotiaiden tyttöjen keskipituuteen $\frac{6}{5}$ keskihajonnan verran.

$$x = \bar{x} + \frac{6}{5}s = 141\text{ cm} + \frac{6}{5} \cdot 6\text{ cm} \approx 148\text{ cm}$$

10-vuotiaana Syksyn pituus poikkeaa keskiarvosta

$$\frac{150\text{ cm} - 142\text{ cm}}{6\text{ cm}} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \text{ keskihajonnan verran ylöspäin.}$$

Ennustetaan, että Syksyn pituus poikkeaa keskiarvosta saman verran ylöspäin myös 3 vuoden kuluttua. Syksy on tällöin 13-vuotias.

Lisätään 13-vuotiaiden poikien keskipituuteen $\frac{4}{3}$ keskihajonnan verran.

$$x = \bar{x} + \frac{4}{3} \cdot s = 160\text{ cm} + \frac{4}{3} \cdot 8\text{ cm} \approx 171\text{ cm}$$

Vastaus

Syksy 171 cm, Suvi 148 cm

2.7

Aineistosta voidaan määrittää moodi ja mediaani sekä miehille että naisille. Moodi on se havaintoarvo, jota esiintyy aineistossa eniten eli jonka osuus on suurin. Aineisto on järjestetty käytön tiheyden mukaan järjestykseen, joten mediaani on keskimmäinen havaintoarvo. Mediaani on siis havaintoarvo, joka on kuviossa 50 % kohdalla.

Naisilla alkoholinkäytön moodi on ”kerran pari kuukaudessa”. Mediaani on ”kerran pari kuukaudessa”.

Miehillä alkoholinkäytön moodi on ”kerran pari kuukaudessa”. Mediaani on ”kerran viikossa” ja ”kerran pari kuukaudessa”.

Vastaus

Naiset: moodi ja mediaani ”kerran pari kuukaudessa”; miehet: moodi ”kerran pari kuukaudessa”, mediaani ”kerran viikossa” ja ”kerran pari kuukaudessa”

2.8

- a) Moodi on havaintoaineistossa yleisimmin esiintyvä arvo. Jakaumassa 1 arvosana 5 on yleisimmin esiintyvä arvo.

Myös arvosanat 7 ja 9 ovat jakauman 1 moodeja.

- b) Mediaani on arvo, joka jakaa suuruusjärjestykseen asetetut arvot kahteen yhtä suureen osaan. Arvosanoja on yhteensä 9. Järjestyksessä 5. eli keskimäinen arvosana on 8. Mediaani on siis arvosana 8.

- c) Lasketaan jakauman 3 kaikkien havaintoarvojen keskiarvo.

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 4 + 1 \cdot 6 + 4 \cdot 8}{9} = 6$$

Jakauman 3 arvosanojen keskiarvo on 6.

Keskiarvon voi laskea myös taulukkolaskentaohjelmalla.

- d) Lasketaan jakaumien keskihajonnat taulukkolaskentaohjelmalla.

Keskihajonta saadaan laskettua **Ohjattu funktion luonti** -toiminnon avulla. Syötetään arvot sarakkeeseen A. Jakauman 1 keskihajonta saadaan laskettua seuraavasti.

	A	B	C
1	Arvosana		
2	5	Keskihajonta	=KESKHAJONTA.S(A2:A10)
3	5		
4	5		
5	7		
6	7		
7	7		
8	9		
9	9		
10	9		

Luetaan keskihajonta sarakkeesta C.

	A	B	C
1	Arvosana		
2		5 Keskihajonta	1,73
3	5		
4	5		
5	7		
6	7		
7	7		
8	9		
9	9		
10	9		

Jakauman 1 keskihajonta on 1,73.

Vastaavasti jakauman 2 keskihajonta on 1,12 ja jakauman 3 keskihajonta on 2,00.

Suurin keskihajonta on jakaumalla 3.

e) Pienin keskihajonta on jakaumalla 2.

Kohtien d ja e ratkaisut voidaan myös päätellä tilastokuvioiden avulla.

Suurin keskihajonta on jakaumassa, jonka havaintoarvot sijaitsevat kaukana keskiarvosta (jakauma 3). Pienin keskihajonta on jakaumassa, jonka havaintoarvot sijaitsevat lähimpänä keskiarvoa (jakauma 2).

Vastaus

- a) 1
- b) 8
- c) 6
- d) 3
- e) 2

2.9

36 opiskelijan ryhmässä kokeen keskiarvo oli 7,53 ja 24 opiskelijan ryhmässä 7,92. Lasketaan osallistujamäärien avulla kaikkien kokeeseen osallistuneiden keskiarvo.

$$\bar{x} = \frac{36 \cdot 7,53 + 24 \cdot 7,92}{36 + 24} \approx 7,69$$

Kokeen keskiarvo oli 7,69.

Vastaus

7,69

2.10

Lasketaan, kuinka paljon Nikon tulos $x = 25$ poikkesi keskiarvosta $\bar{x} = 29$.

$$x - \bar{x} = 29 - 25 = 4$$

Lasketaan, kuinka moninkertainen poikkeama oli keskihajontaan $s = 14$ verrattuna.

$$\frac{x - \bar{x}}{s} = \frac{29 - 25}{14} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$$

Nikon tulos poikkesi keskiarvosta $\frac{2}{7}$ keskihajonnan verran alaspäin.

Aminan tulos poikkeaa vuotta myöhemmin tehdyn kokeen tuloksissa yhtä paljon alaspäin. Vähennetään jälkimmäisen kokeen keskiarvosta

$\frac{2}{7}$ keskihajonnan verran.

$$x = \bar{x} - \frac{2}{7}s = 36 - \frac{2}{7} \cdot 17 \approx 31$$

Amina sai 31 pistettä.

Vastaus

31 pistettä

2.11

Järjestetään asiakasmäärät suuruusjärjestykseen.

75 94 100 102 120 120 128

Lasketaan asiakasmäärän keskiarvo.

$$\bar{x} = \frac{75 + 94 + 100 + 102 + 2 \cdot 120 + 128}{7} = \frac{739}{7} \approx 106$$

Asiakasmäärän keskiarvo on 106.

Kahvilassa käy kahtena päivänä 120 asiakasta, joten asiakasmäärän moodi on 120.

Mediaani jakaa suuruusjärjestykseen asetut havaintoarvot kahteen yhtä suureen osaan. Koska havaintoarvoja on 7, on mediaani havaintoarvoista 4. eli keskimmäinen. Asiakasmäärän mediaani on 102.

Vastaus

keskiarvo 106, moodi 120, mediaani 102

2.12

- a) Taulukon perusteella yleisin havaintoarvo on 1. Aineiston moodi on siis 1.

Mediaani jakaa suurusjärjestykseen asetut havaintoarvot kahteen yhtä suureen osaan. Havaintoarvoja on yhteensä 60 eli parillinen määrä. Järjestyksessä 30. havaintoarvo on 1 ja 31. havaintoarvo on 2. Mediaani on näiden keskiarvo.

$$\frac{1+2}{2} = 1,5$$

Mediaani on 1,5.

Lasketaan lapsiluvun keskiarvo.

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 0 + 27 \cdot 1 + 18 \cdot 2 + 8 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 1 \cdot 5}{60} = \frac{104}{60} \approx 1,7$$

Lapsiluvun keskiarvo on 1,7.

- b) Taulukon perusteella yleisin havaintoarvo on suomi. Kotikielen moodi on siis nainen.

Koska kotikieliä ei voi asettaa arvo- eikä suurusjärjestykseen, mediaania ei voida määrittää.

Kotikielet eivät ole lukuja, joten keskiarvoa ei voi laskea.

Vastaus

- a) moodi 1, mediaani 1,5; keskiarvo 1,7
b) moodi ”suomi”

2.13

Ratkaistaan tehtävä taulukkolaskentaohjelmalla. Avataan aineisto LibreOffice Calc -ohjelmistolla.

Havaintoarvot ovat laskentataulukon soluissa A1–A99.

Lasketaan pyydetty tunnusluvut taulukkolaskentaohjelman avulla.

	A	B	C	D
1	141	Pienin arvo	'=MIN(A1:A99)	
2	592	Suurin arvo	'=MAKS(A1:A99)	
3	653	Mediaani	'=MEDIAANI(A1:A99)	
4	589	Keskiarvo	'=KESKIARVO(A1:A99)	
5	793	Keskihajonta	'=KESKIHAJONTA.S(A1:A99)	
6	238	Moodi	'=MOODI.USEA(A\$1:A\$99)	
7	462			

Moodi kannattaa laskea **MOODI.USEA** -funktiolla. Koska moodeja voi olla useampi, kannattaa moodi laskea viimeisenä jotta saat kaikki moodit näkyviin, paina funktion syöttämisen jälkeen näppäinyhdistelmää **cntr + shift + enter**.

	A	B	C
1	141	Pienin arvo	34
2	592	Suurin arvo	998
3	653	Mediaani	462
4	589	Keskiarvo	493,02
5	793	Keskihajonta	279,57
6	238	Moodi	648
7	462		
8	643		

Luetaan arvot taulukosta (havaintoarvot jatkuvat riville 99 asti).

1. Vaihteluväli on 34–998.
2. Moodi on 648 ja mediaani 462.
3. Keskiarvo on 493,02 ja keskihajonta 279,57.

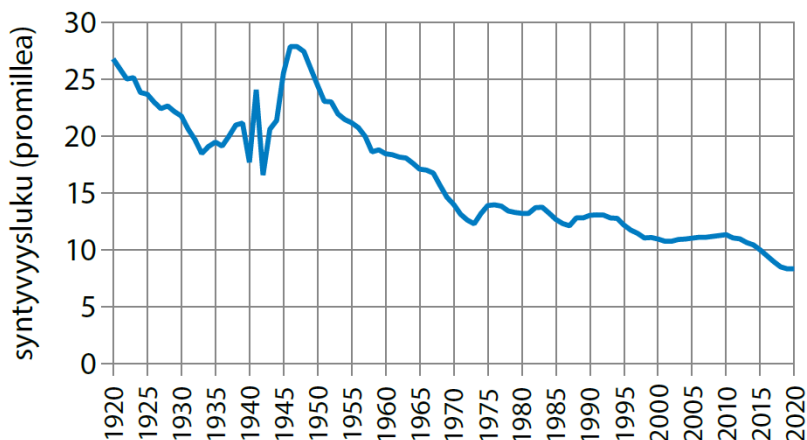
Vastaus

1. vaihteluväli 34–998
2. moodi 648, mediaani 462
3. keskiarvo 493,02; keskihajonta 279,57

2.14

- a) Ratkaistaan tehtävä taulukkolaskentaohjelmalla. Tässä ratkaisussa on käytetty LibreOffice Calc -ohjelmistoa.

Piirretään viivadiagrammi Ohjattu kaavion luonti –toimintoa käyttäen.



- b) Lasketaan pyydetty tunnusluvut taulukkolaskentaohjelman avulla.

D	E	F
Keskiarvo	'=KESKIARVO(B36:B136)	
Keskihajonta	'=KESKIHajonta.S(B36:B136)	

Syntyvyysluvut on esitetty sarakkeessa B ja tutkittava ajanjakso alkaa riviltä 36.

Luetaan arvot taulukosta.

D	E
Keskiarvo	16,5
Keskihajonta	5,4

Keskiarvo on 16,5 ja keskihajonta 5,4.

- c) Etsitään suurin syntyvyysluku taulukosta suurimman arvon avulla.

Suurin arvo	'=MAKS(B36:B136)
-------------	------------------

Luetaan arvo taulukosta.

Suurin arvo	28,0
-------------	------

Suurin arvo on 28,0. Tämä arvo esiintyi vuonna 1947.

Kun olet selvittänyt suurimman arvon, voit etsiä sen taulukosta esimerkiksi **Etsi** -toiminnon avulla.

Lasketaan, kuinka tämä syntyvyysluku $x = 28,0$ poikkeaa keskiarvosta $\bar{x} = 16,5$.

$$x - \bar{x} = 28,0 - 16,5 = 11,5$$

Lasketaan, kuinka moninkertainen poikkeama oli keskihajontaan $s = 5,4$ verrattuna.

$$\frac{x - \bar{x}}{s} = \frac{28 - 16,5}{5,4} = \frac{11,5}{5,4} \approx 2,1$$

Suurin syntyvyysluku poikkeaa keskiarvosta 2,1 keskihajonnan verran alaspäin.

Vastaus

- b) keskiarvo 16,5; keskihajonta 5,4
c) vuonna 1947; poikkesi 2,1 keskihajonnan verran ylöspäin

2.15

Lasketaan, kuinka moninkertainen Kasperin poikkeama oli keskihajontaan verrattuna vuonna 2015.

$$\frac{x - \bar{x}}{s} = \frac{75 - 67}{20} = \frac{8}{20} = 0,4$$

Kasperin tulos poikkesi keskiarvosta 0,4 keskihajonnan verran ylöspäin.

Lasketaan, kuinka moninkertainen Jesperin poikkeama oli keskihajontaan verrattuna vuonna 2016.

$$\frac{x - \bar{x}}{s} = \frac{69 - 61}{16} = \frac{8}{16} = 0,5$$

Jesperin tulos poikkesi keskiarvosta 0,5 keskihajonnan verran ylöspäin.

Jesper menestyi suhteellisesti paremmin.

Vastaus

Kasperin tulos poikkeaa keskiarvosta ylöspäin 0,4 keskihajontaa ja Jesperin 0,5 keskihajontaa. Jesper menestyi suhteellisesti paremmin.

2.16

Lasketaan, kuinka moninkertainen Kasperin poikkeama oli keskihajontaan verrattuna vuonna 2015.

$$\frac{x - \bar{x}}{s} = \frac{75 - 67}{20} = \frac{8}{20} = 0,4$$

Kasperin tulos poikkesi keskiarvosta 0,4 keskihajonnan verran ylöspäin.

Lasketaan, kuinka moninkertainen Jesperin poikkeama oli keskihajontaan verrattuna vuonna 2015.

$$\frac{x - \bar{x}}{s} = \frac{69 - 61}{16} = \frac{8}{16} = 0,5$$

Jesperin tulos poikkesi keskiarvosta 0,5 keskihajonnan verran ylöspäin.

Joonatanin tuloksen olisi pitänyt poiketa keskiarvosta enemmän kuin 0,4, mutta vähemmän kuin 0,5 keskihajontaa ylöspäin.

Lasketaan, mikä olisi ollut Joonatanin tulos, jos se poikkeaisi keskiarvosta 0,4 keskihajontaa ylöspäin.

$$x = \bar{x} + 0,4s = 64 + 0,4 \cdot 18 = 71,2$$

Lasketaan vielä, mikä olisi ollut Joonatanin tulos, jos se poikkeaisi keskiarvosta 0,5 keskihajontaa ylöspäin.

$$x = \bar{x} + 0,5s = 64 + 0,5 \cdot 18 = 73$$

Joonatanin tuloksen pitää siis olla näiden tuloksien välissä, jotta ehto täyttyy. Oletetaan, että kokeesta voi saada ainoastaan kokonaisia pisteitä, joten Joonatanin olisi pitänyt saada 72 pistettä.

Vastaus

72 pistettä

2.17

- a) Taulukon perusteella omakoti- ja paritaloasunnoissa yleisin havaintoarvo on 4 huonetta. Aineiston moodi on siis 4 huonetta.

Mediaani jakaa suuruusjärjestykseen asetut havaintoarvot kahteen yhtä suureen osaan. Havaintoarvoja on yhteensä 1 055 778 eli parillinen määrä. Keskimmäiset arvot ovat 527 889. arvo ja 527 890. arvo. Lasketaan, mihin luokkaan nämä arvot kuuluvat.

1–3 huoneen asuntoja on 316 682 kappaletta ja 1–4 huoneen asuntoja on 676 275 kappaletta. Keskimmäiset arvot kuuluvat siis luokkaan 4 huonetta eli moodi on 4 huonetta.

Tuntemattomia huonelukuja on 4943 kappaletta, joten vaikka nämä sijoittuisivat mihin huonelukuu tahansa, pysyy mediaani silti 4 huoneen kohdalla.

- b) Taulukon perusteella rivitaloasunnoissa yleisin havaintoarvo on 3 huonetta. Aineiston moodi on siis 3 huonetta.

Havaintoarvoja on yhteensä 374 670 eli parillinen määrä. Keskimmäiset arvot ovat 187 335. arvo ja 187 336. arvo. Lasketaan, mihin luokkaan nämä arvot kuuluvat.

1–2 huoneen asuntoja on 158 880 kappaletta ja 1–3 huoneen asuntoja on 281 956 kappaletta. Keskimmäiset arvot kuuluvat siis luokkaan 3 huonetta eli moodi on 3 huonetta.

- c) Taulukon perusteella kerrostaloasunnoissa yleisin havaintoarvo on 2 huonetta. Aineiston moodi on siis 2 huonetta.

Havaintoarvoja on yhteensä 1 294 260 eli parillinen määrä. Keskimmäiset arvot ovat 647 130. arvo ja 647 131. arvo. Lasketaan, mihin luokkaan nämä arvot kuuluvat.

1 huoneen asuntoja on 307 531 kappaletta ja 1–2 huoneen asuntoja on 888 496 kappaletta. Keskimmäiset arvot kuuluvat siis luokkaan 2 huonetta eli moodi on 2 huonetta.

Vastaus

- a) moodi 4 huonetta, mediaani 4 huonetta
- b) moodi 3 huonetta, mediaani 3 huonetta
- c) moodi 2 huonetta, mediaani 2 huonetta

2.18

44,3 % yksityisen sektorin oikeustieteen maistereista tienaa keskimäärin 7284 € kuussa ja 55,7 % tienaa keskimäärin 6234 € kuussa. Lasketaan prosenttiosuuksien avulla kaikkien oikeustieteen maisterien keskimääräinen kuukausiansio.

$$\bar{x} = \frac{0,443 \cdot 7284 \text{ €} + 0,557 \cdot 6234 \text{ €}}{1,00} \approx 6699 \text{ €}$$

Keskimääräinen kuukausiansio on 6699 euroa.

Vastaus

6699 euroa

2.19

a) Lasketaan keskipalkka ennen korotusta.

$$\bar{x} = \frac{10 \cdot 1400\text{€} + 12 \cdot 1700\text{€} + 5 \cdot 2000\text{€} + 4 \cdot 3000\text{€} + 3 \cdot 4000\text{€} + 2 \cdot 5000\text{€}}{10 + 12 + 5 + 4 + 3 + 2}$$
$$\approx 2177,78\text{€}$$

Lasketaan keskipalkka korotuksen jälkeen.

$$\bar{x} = \frac{10 \cdot 1480\text{€} + 12 \cdot 1800\text{€} + 5 \cdot 2200\text{€} + 4 \cdot 3300\text{€} + 3 \cdot 4500\text{€} + 2 \cdot 6000\text{€}}{10 + 12 + 5 + 4 + 3 + 2}$$
$$\approx 2391,67\text{€}$$

Lasketaan keskipalkkojen muutos ja verrataan sitä keskipalkkaan ennen korotusta.

$$\frac{2391,67\text{€} - 2177,78\text{€}}{2177,78\text{€}} \approx 0,098 = 9,8\%$$

Keskipalkka nousi 9,8 %.

b) Työntekijöitä on yhteensä 36 eli parillinen määrä. Kesimmäiset arvot ovat siis 18. ja 19. arvo. Molemmat kuuluvat ennen palkkauudistusta 1700 € tienanneisiin ja palkkauudistuksen jälkeen 1800 € tienanneisiin.

Mediaani oli siis ennen uudistusta 1700 € ja uudistuksen jälkeen 1800 €.

Lasketaan mediaanipalkkojen muutos ja verrataan sitä mediaanipalkkaan ennen korotusta.

$$\frac{1800\text{€} - 1700\text{€}}{1700\text{€}} \approx 0,059 = 5,9\%$$

Keskipalkka nousi 9,8 %.

- c) Mediaanipalkkaa vähemmän ansaitsevaan puoliskoon kuuluu ennen uudistusta 1400 € tienanneet sekä 8 kappaletta ennen uudistusta 1700 € tienanneista.

Lasketaan keskipalkka ennen korotusta.

$$\bar{x} = \frac{10 \cdot 1400 \text{ €} + 8 \cdot 1700 \text{ €}}{10 + 8} \approx 1533,33 \text{ €}$$

Lasketaan keskipalkka korotuksen jälkeen.

$$\bar{x} = \frac{10 \cdot 1480 \text{ €} + 8 \cdot 1800 \text{ €}}{10 + 8} \approx 1622,22 \text{ €}$$

Lasketaan keskipalkkojen muutos ja verrataan sitä keskipalkkaan ennen korotusta.

$$\frac{1622,22 \text{ €} - 1533,33 \text{ €}}{1533,33 \text{ €}} \approx 0,058 = 5,8\%$$

Keskipalkka nousi 5,8 %.

Mediaanipalkkaa enemmän ansaitsevaan puoliskoon kuuluu ennen uudistusta 4 kappaletta ennen uudistusta 1700 € tienanneista sekä kaikki tätä enemmän tienanneet.

Lasketaan keskipalkka ennen korotusta.

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{4 \cdot 1700 \text{ €} + 5 \cdot 2000 \text{ €} + 4 \cdot 3000 \text{ €} + 3 \cdot 4000 \text{ €} + 2 \cdot 5000 \text{ €}}{4 + 5 + 4 + 3 + 2} \\ &\approx 2822,22 \text{ €} \end{aligned}$$

Lasketaan keskipalkka korotuksen jälkeen.

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{4 \cdot 1800 \text{ €} + 5 \cdot 2200 \text{ €} + 4 \cdot 3300 \text{ €} + 3 \cdot 4500 \text{ €} + 2 \cdot 6000 \text{ €}}{4 + 5 + 4 + 3 + 2} \\ &\approx 3161,11 \text{ €} \end{aligned}$$

Lasketaan keskipalkkojen muutos ja verrataan sitä keskipalkkaan ennen korotusta.

$$\frac{3161,11\text{€} - 2822,22\text{€}}{2822,22\text{€}} \approx 0,120 = 12,0\%$$

Keskipalkka nousi 12,0 %.

Laskut kannattaa laskea laskimella tarkkoja arvoja, ei likiarvoja, käyttäen.
Laskut voi laskea myös taulukkolaskentaohjelmaa hyödyntäen.

Vastaus

- a) ennen 2177,78 €/kk, jälkeen 2391,67 €/kk, nousi 9,8 %
- b) ennen 1700 €/kk, jälkeen 1800 €/kk, nousi 5,9 %
- c) vähemmän: nousi 5,8 %
enemmän: nousi 12,0 %

2.20

Lasketaan ensiksi kirjolohien massojen keskiarvo.

$$\bar{x} = \frac{534 + 580 + 600 + 600 + 615 + 690 + 708 + 721}{8} \\ = 631$$

Keskimääräinen massa on 631 g.

Lasketaan massojen keskihajonta.

$$s = \sqrt{\frac{(534 - 631)^2 + (580 - 631)^2 + \dots + (708 - 631)^2 + (721 - 631)^2}{8 - 1}} \approx 67,3$$

Massojen keskihajonta on 67,3 g.

Vastaus

keskiarvo 631 g, keskihajonta 67,3 g